

2019 年度 D

算 数

(全 7 ページ)

注意事項

1. 受験番号、氏名および解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
2. 問題用紙に解答を書きこんでも採点されません。
3. 解答はていねいに読みやすい字で書くこと。
4. 答えは約分などをして、できるだけ簡単に解答用紙に記入しなさい。
5. 必要な問題では、円周率を 3.14 とします。
6. 図は参考のための略図です。長さや比率や角度は実際と異なる場合があります。

I. 次の問い合わせに答えなさい。

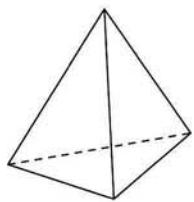
[1] $743 \times 0.4 + 24.6 \times 4 - 9.84 \times 40$ を計算しなさい。

[2] $\left\{ \left(0.8 + \boxed{\quad} \right) \times 4\frac{1}{4} - 2 \right\} \times \frac{3}{28} = 3\frac{3}{7}$ の $\boxed{\quad}$ にあてはまる数を求めなさい。

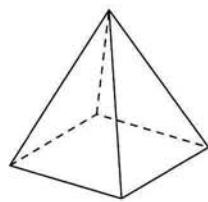
[3] 0, 1, 2 の 3 種類の数字だけを使った 1 以上の整数を、小さい順に、1, 2, 10, 11, 12, 20, 21, 22, 100, 101, 102, 110, … のようにならべていきます。このとき、1010 は何番目の整数ですか。

[4] ある遊園地の入園料は、1 人 1500 円ですが、30 人以上の団体の場合は、入園料が 1 人につき 20% 安くなります。このとき、30 人未満でも 30 人分の団体料金を支払って入場した方が安くなるのは、何人以上の団体のときですか。

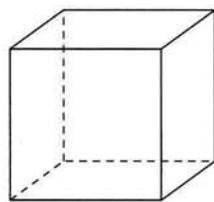
[5] 三角すいと四角すいと立方体が合わせて 28 個あります。面の数の合計は 145 個で、頂点の数の合計は 173 個です。このとき、四角すいは何個ありますか。



三角すい



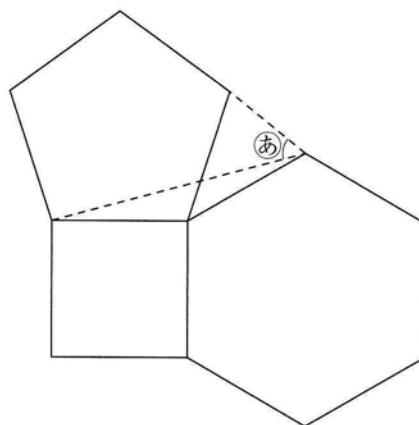
四角すい



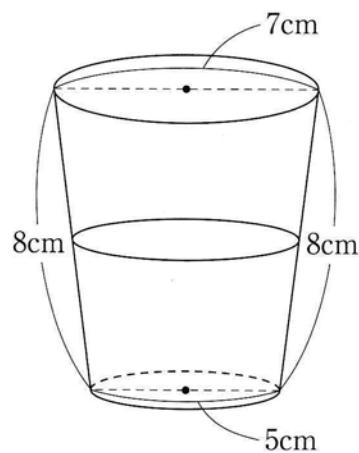
立方体

II. 次の問い合わせに答えなさい。

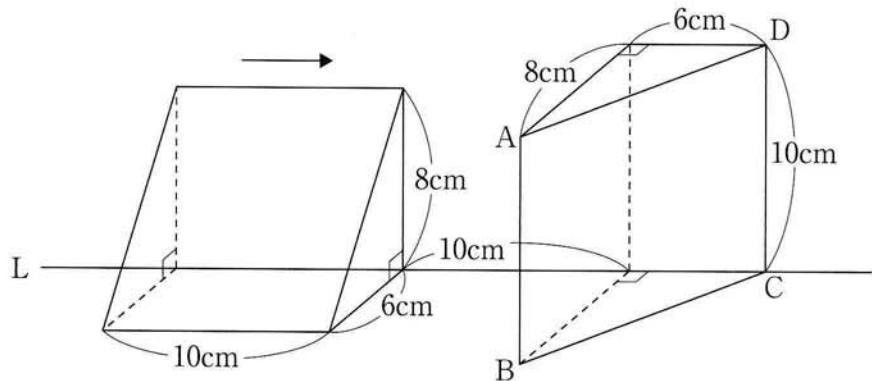
- [1] 下の図は、1辺の長さが等しい正方形、正五角形、正六角形を組み合わせたものです。Ⓐの角の大きさは何度ですか。



- [2] 下の図のような、底面の直径が7cmである円すいを、切り口が直径5cmの円になるように、底面に平行な面で切り取った形の容器があります。この容器の内の長さは図のようになっており、容器の半分の深さまで水が入っています。このとき、容器と水がふれている部分の面積は何 cm^2 ですか。ただし、この容器は水平な床の上に置いてあるものとします。



〔3〕下の図のように、同じ形の2つの三角柱が、同じ平面上に辺の1つが直線L上に重なるように 10cm 離れてならんでいます。左側の三角柱が直線Lにそって毎秒 1cm で右に動くとき、次の問い合わせに答えなさい。

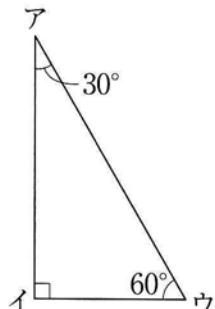


(1) 2つの三角柱が重なった体積が最も大きくなるのは、左側の三角柱が動き始めてから何秒後から何秒後までですか。

(2) 2つの三角柱が重なった体積が最も大きくなるとき、その体積は何 cm^3 ですか。

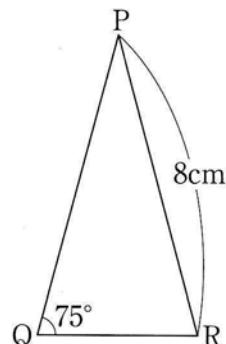
III. 三角定規の辺の長さの関係について、次の問い合わせに答えなさい。

[1] タツオくんは学校の授業で、角度が 90° , 60° , 30° の直角三角形である三角定規では、次のような関係が成り立つことを習いました。

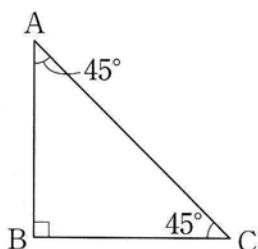


左のような直角三角形アイウにおいては、
辺アウ : 辺イウ = 2 : 1 となる。

下の図のような、 $PQ = PR$ である二等辺三角形 PQR において、面積は何 cm^2 ですか。上の直角三角形の性質を利用して求めなさい。

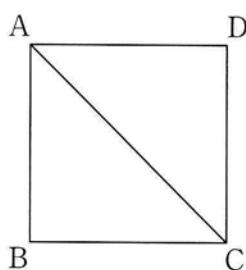


[2] もうひとつの三角定規についても興味を持ったタツオくんとケイコさんは、角度が 90° , 45° , 45° である直角二等辺三角形の三角定規について、次のような関係が成り立つことを知りました。



左のような直角二等辺三角形 ABC において、
 $AB = BC = 1$ のときは、 $AC \times AC = 2$ となる。
また、 $AB = BC = 2$ のときは、 $AC \times AC = 8$ となる。

$AB = BC = 1$ のとき、 $AC \times AC = 2$ となることを、ケイコさんは、黒板に次のような図を書いて説明しました。



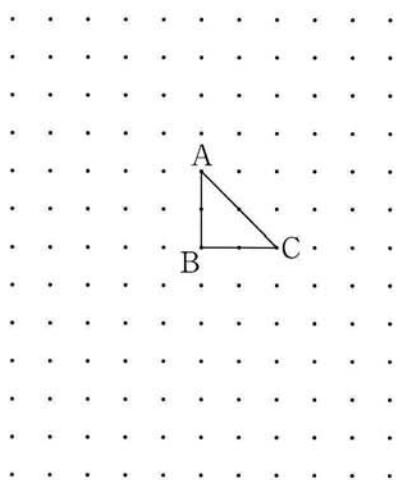
【ケイコさんの説明】

三角形 ABC と合同な三角形 ADC を用意します。2つの三角形を、辺 AC がぴったり重なるように組み合わせると、正方形 ABCD ができます。この正方形の面積は $AB = 1$ ので、1 となります。また、この四角形をひし形と見ることで、面積は、対角線 × 対角線 ÷ 2 で求められるので、 $AC \times AC \div 2$ で計算することができます。したがって、どちらも同じ四角形の面積を計算したものだから、

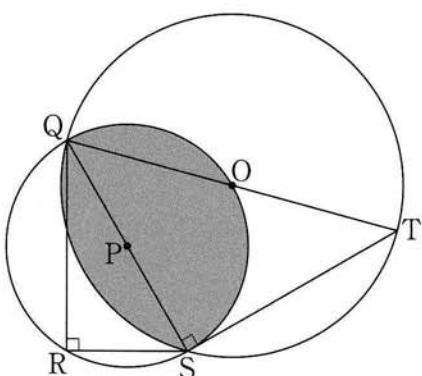
$$AC \times AC \div 2 = 1 \text{ から, } AC \times AC = 2$$

です。よって、 $AB = BC = 1$ のとき、 $AC \times AC = 2$ になるといえます。

- (1) このケイコさんの説明を聞いて、タツオくんは、「ぼくはケイコさんとは違う図を使って説明できるよ。」と言っています。あなたならどのような図を使って、説明をしますか。 $AB = BC = 2$ のとき、 $AC \times AC = 8$ となることを説明する図を、解答欄の三角形 ABC をもとにして書き、その説明も書きなさい。

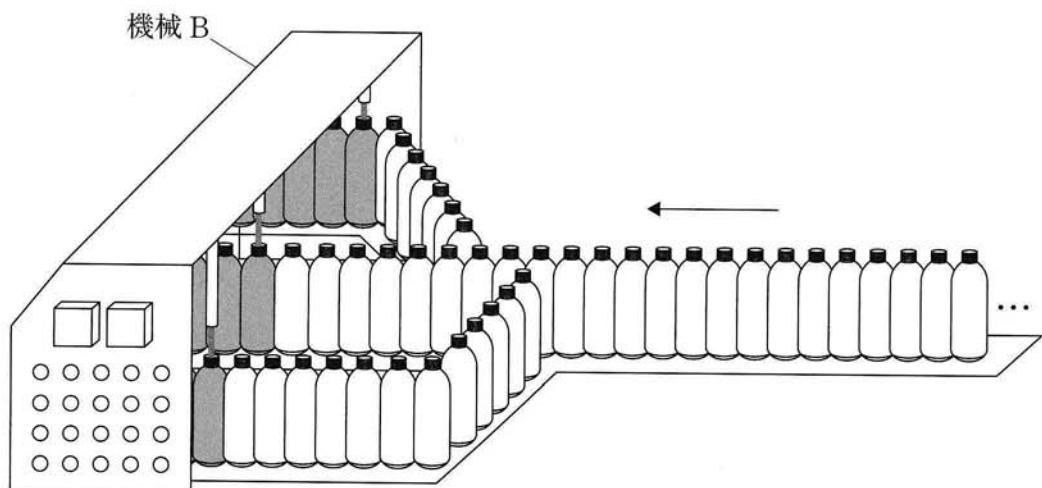


- (2) 下の図で、四角形 QRST は 2 つの三角定規アイウ、ABC と同じ形をした三角形を辺アウと辺 AB がぴったりと重なるようにつなげたものです。また、円 O は QT を直径とする円であり、円 P は QS を直径とする円です。
 $RS = 2\text{cm}$ のとき、円 O と円 P が重なる部分(かけをつけた部分)の面積は何 cm^2 ですか。



IV. ある飲料工場では、空のペットボトルに 500mL の飲料を注入する工程があります。

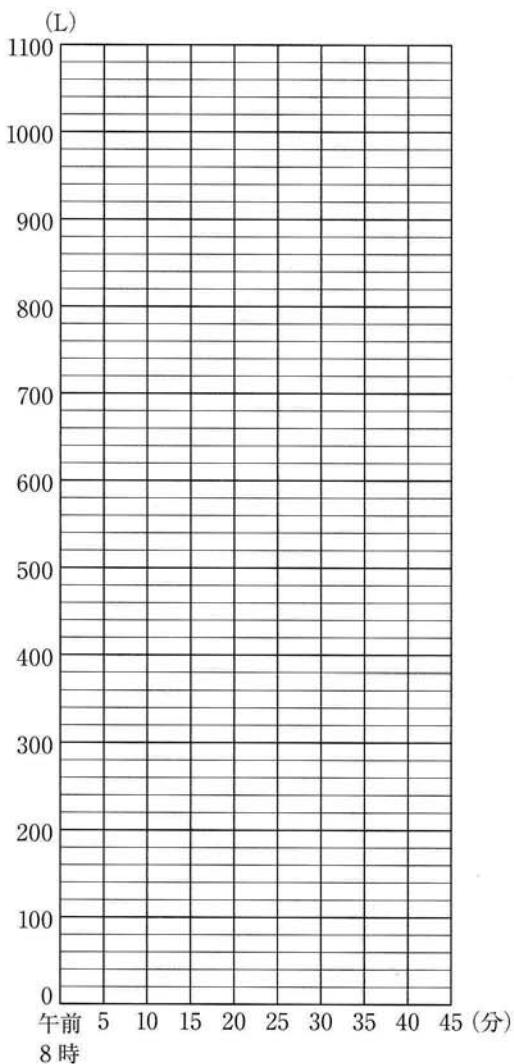
機械 A は、予定した数の空のペットボトルがなくなるまで、一定の割合でベルトコンベアにのせ、機械 B は一定の割合で飲料をペットボトルに注入していきます。午前 8 時にベルトコンベア上に空のペットボトルがならんでおり、すぐに飲料の注入ができる状態から機械 A、機械 B ともに稼働させ、飲料の注入を始めました。午前 8 時 15 分からは機械 B の注入口を 2 つに増やし、午前 8 時 35 分からは機械 B の注入口を 3 つに増やしました。そうしたところ、ベルトコンベア上の空のペットボトルの数は、午前 8 時 15 分には 600 本、午前 8 時 35 分には 360 本、午前 8 時 45 分には 0 本になりました。このとき、次の問い合わせに答えなさい。ただし、機械 B の 3 つの注入口から注入できる飲料の量はすべて同じとし、ベルトコンベアには十分な長さがあり、すべてのペットボトルがのるものとします。



〔1〕機械 B の注入口が 1 つの場合、空のペットボトルに 1 分間で注入できる飲料の量は何 L ですか。

〔2〕午前 8 時の時点で、ベルトコンベア上にあった空のペットボトルは何本ですか。

〔3〕午前8時から午前8時45分までの間で、空のペットボトルに注入した飲料の総量を表すグラフを解答欄の図に書きこみなさい。ただし、ペットボトルに飲料の注入が終わってから、次のペットボトルに飲料が注入され始めるまでの時間は考えないものとします。また、グラフの横軸は午前8時からの時間、縦軸はペットボトルに注入した飲料の総量を表しており、縦軸の1目盛りは20Lであるとします。



〔4〕この機械Bは、一定の割合で飲料が補充される仕組みになっており、残りの飲料が100Lになると警告ランプがつきます。注入口が1つのときは、機械Bの中の飲料は増減なく一定に保たれていましたが、注入口が2つ、3つと増加されたことで機械Bの中の飲料は減少し、午前8時35分から午前8時45分までの間で警告ランプがつきました。このとき、午前8時の時点で機械Bの中に入っていた飲料の量として考えられるのは何L以上何L以下ですか。