

2020 年度 B

数 学

(全 5 ページ)

注意事項

1. 受験番号、氏名および解答は、すべて解答用紙に記入しなさい。
2. 問題用紙に解答を書き込んでも採点されません。
3. 答えはできるだけ簡単にしなさい。
4. 図やグラフは参考のためのものです。
5. 特別な指示がないときは、円周率 π や $\sqrt{\quad}$ は近似値を用いなくて、そのまま答えなさい。

I. 次の問いに答えなさい。

〔1〕 $(-2^3) \times (-3) - (-2)^2 \div 0.2$ を計算しなさい。

〔2〕 $\frac{5}{4}xy^2 \div \left(-\frac{3}{2}x^2y\right)^3 \times \left(-\frac{3}{10}x^5y\right)$ を計算しなさい。

〔3〕 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - (\sqrt{6} + 1)(\sqrt{6} - 3)$ を計算しなさい。

〔4〕 連立方程式
$$\begin{cases} x - \frac{2x - y}{3} = \frac{y}{2} + 1 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$$
 を解きなさい。

〔5〕 2次方程式 $(2x - 1)^2 = (x - 5)^2$ を解きなさい。

〔6〕 $4x^2 - 9 - y^2 + 6y$ を因数分解しなさい。

Ⅱ. 次の問いに答えなさい。

〔1〕 1 から 7 までの番号が書かれた 7 個の箱があり、箱の中にははじめ、下の図のように白色の球と黒色の球が入っている。

	○	●	● ○	● ●	● ● ○	● ● ● ○
1	2	3	4	5	6	7

また、2つの袋 A, B があり、それぞれの袋には 1 から 7 までの数字が 1 つずつ書かれた 7 枚のカードが入っている。

上の箱に、次の①, ②の順に球を追加していく。

- ① 袋 A からカードを 1 枚取り出し、取り出したカードに書かれている数字と同じ番号の箱の中に黒色の球を 1 個入れる。
- ② 袋 B からカードを 1 枚取り出し、取り出したカードに書かれている数字と同じ番号の箱の中に白色の球を 1 個入れる。

このとき、中身が同じになる箱の個数について考える。ただし、球の個数が同じでも色が違う場合は中身が異なる箱とする。

(1) 中身が同じになる箱がちょうど 3 個となるカードの取り出し方は何通りか、求めなさい。

(2) 中身が同じになる箱のペアがちょうど 2 組となるカードの取り出し方は何通りか、求めなさい。

〔2〕 大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げて、大きいさいころの出た目の数を a 、小さいさいころの出た目の数を b とするとき、 $\sqrt{a+b-1}$ の値が自然数となる確率を求めなさい。ただし、さいころのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔3〕 あるテーマパークの昨日の入場者を無作為に抽出したところ、中学生が 60 人、中学生以外が 140 人であった。また、昨日の入場者のうち、中学生は 3420 人であった。このテーマパークの昨日の入場者はおよそ何人か、求めなさい。

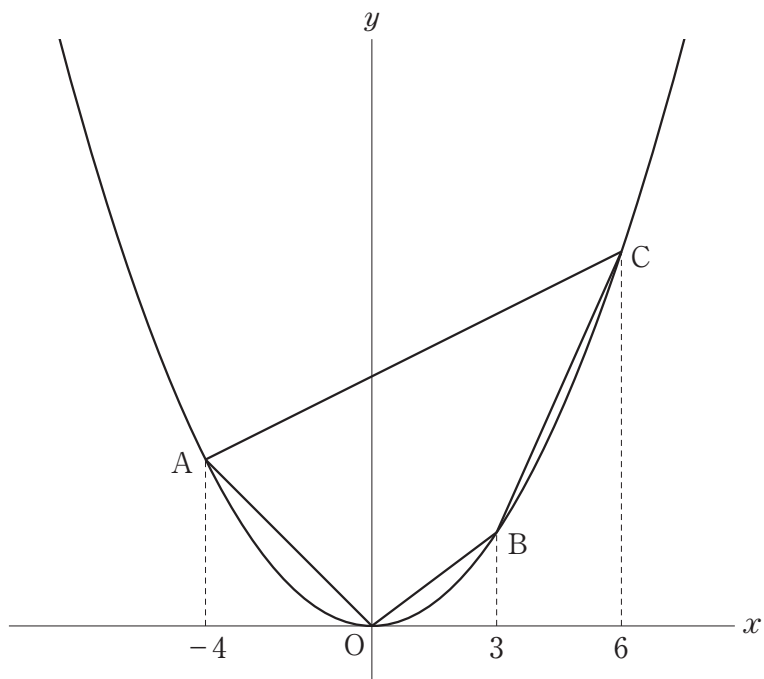
Ⅲ. 下の図のように、放物線 $y = \frac{1}{4}x^2$ がある。3点 A, B, C は放物線上の点で、その x 座標はそれぞれ -4 , 3 , 6 である。このとき、次の問いに答えなさい。

〔1〕 直線 AB の式を求めなさい。

〔2〕 $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。

〔3〕 四角形 OBCA の面積を求めなさい。

〔4〕 四角形 OBCA の面積を、点 B を通る 2 本の直線で 3 等分する。このとき、2 本の直線と直線 AC との交点のうち、 x 座標が小さい方の座標を求めなさい。



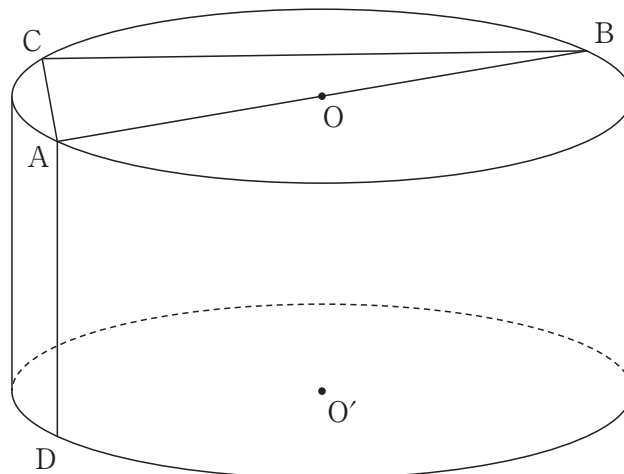
IV. 下の図は、円 O 、 O' が底面で、高さが $3\sqrt{5}$ cm の円柱である。3点 A 、 B 、 C は上側の底面の円 O の周上の点で、 $AC=6$ cm、 $BC=6\sqrt{3}$ cm、線分 AB は円 O の直径である。点 D は下側の底面の円 O' の周上の点で、線分 AD は線分 OO' に平行である。このとき、次の問いに答えなさい。

〔1〕 線分 AB の長さを求めなさい。

〔2〕 $\triangle OCD$ の面積を求めなさい。

〔3〕 5点 C 、 A 、 O 、 O' 、 D を頂点とする立体の体積を求めなさい。

〔4〕 3点 O 、 O' 、 D を通る平面において、点 O' で直線 $O'D$ と接する円のうち、線分 OD にも接する円の半径を求めなさい。



V. 1 辺の長さが 3cm の正方形の紙を横 1 列に重ね合わせて並べていく。それぞれの正方形の対角線の一方は同一直線上に並び、一定の間隔を空けて重ねるものとする。下の図は、 $\sqrt{2}$ cm ずつ間隔を空けて重ねたものである。



このとき、次の問いに答えなさい。ただし、紙は 3 枚以上並べるものとする。

- [1] $\sqrt{2}$ cm ずつ間隔を空けて正方形の紙を 10 枚重ね合わせて並べたとき、他の紙と重なっていない部分の面積の合計を求めなさい。
- [2] $\sqrt{2}$ cm ずつ間隔を空けて正方形の紙を n 枚重ね合わせて並べたとき、ちょうど 2 枚の紙が重なっている部分の面積の合計を、 n を用いた式で表しなさい。
- [3] $\sqrt{2}x$ cm ずつ間隔を空けて正方形の紙を 12 枚重ね合わせて並べるときについて考える。ただし、 $0 < x < \frac{3}{2}$ とする。
- (1) 1 枚目の紙の他の紙と重なっていない部分の面積を、 x を用いた式で表しなさい。
- (2) 他の紙と重なっていない部分の面積の合計は 48cm^2 であった。このとき、 x についての方程式をつくり、 x の値を求めなさい。

